Oppgave 3.63

$$f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 3x - 2$$

a) Finn nullpunkt for f. Oppgaveteksten slik den står i læreboka legger opp til bruk av polynomdivisjon. Dette er ikke i pensum til eksamen og vi ville ha spurt slik:

Vis at $f(x)$ kan skrives som $f(x) = (x-1)(x+2)(2x+1)$ og bruk dette til å finne nullpunkt for f.

Multipliserer ut og sjekker:

$$(x-1)(x+2)(2x+1) = (x^2 + \overbrace{2x - x}^{x} - 2)(2x+1)$$

$$= 2x^3 + x^2 + 2x^2 + x - 4x - 2 = \underline{\underline{2x^3 + 3x^2 - 3x - 2}} \text{ ok}$$

NP: $y = 0$ når $f(x) = 0$, dvs. $(x-1)(x+2)\cdot(2x+1) = 0$

$x - 1 = 0$, $x + 2 = 0$, eller $2x + 1 = 0$

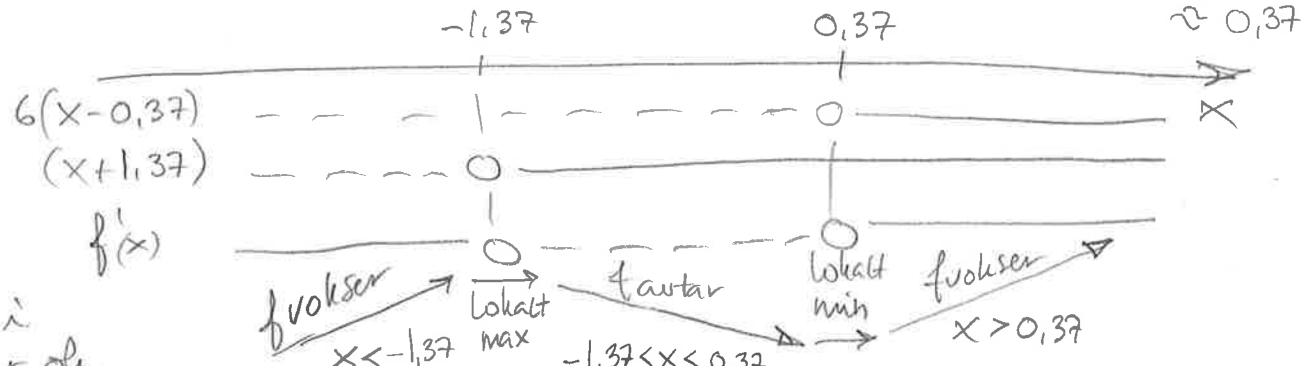
Tre nullpkt. $\underline{\underline{x = 1,\ x = -2, \text{ eller } x = -\frac{1}{2}}}$

b) Funksjonen vokser/avtar og finn ekstrempkt via $f'(x)$

$$f'(x) = 6x^2 + 6x - 3 \approx 6(x - 0{,}37)(x + 1{,}37)$$

$$6x^2 + 6x - 3 = 0$$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{36 + 72}}{12} = \frac{-6 \pm \sqrt{108}}{12} = \frac{-6 \pm 6\sqrt{3}}{6 \cdot 2} = \frac{-1 \pm \sqrt{3}}{2} = \begin{cases} \frac{-1-\sqrt{3}}{2} \approx -1{,}37 \\ \frac{-1+\sqrt{3}}{2} \approx 0{,}37 \end{cases}$$



$x = -1{,}37$
$y = 2{,}6$

$x = 0{,}37$
$y = -2{,}6$

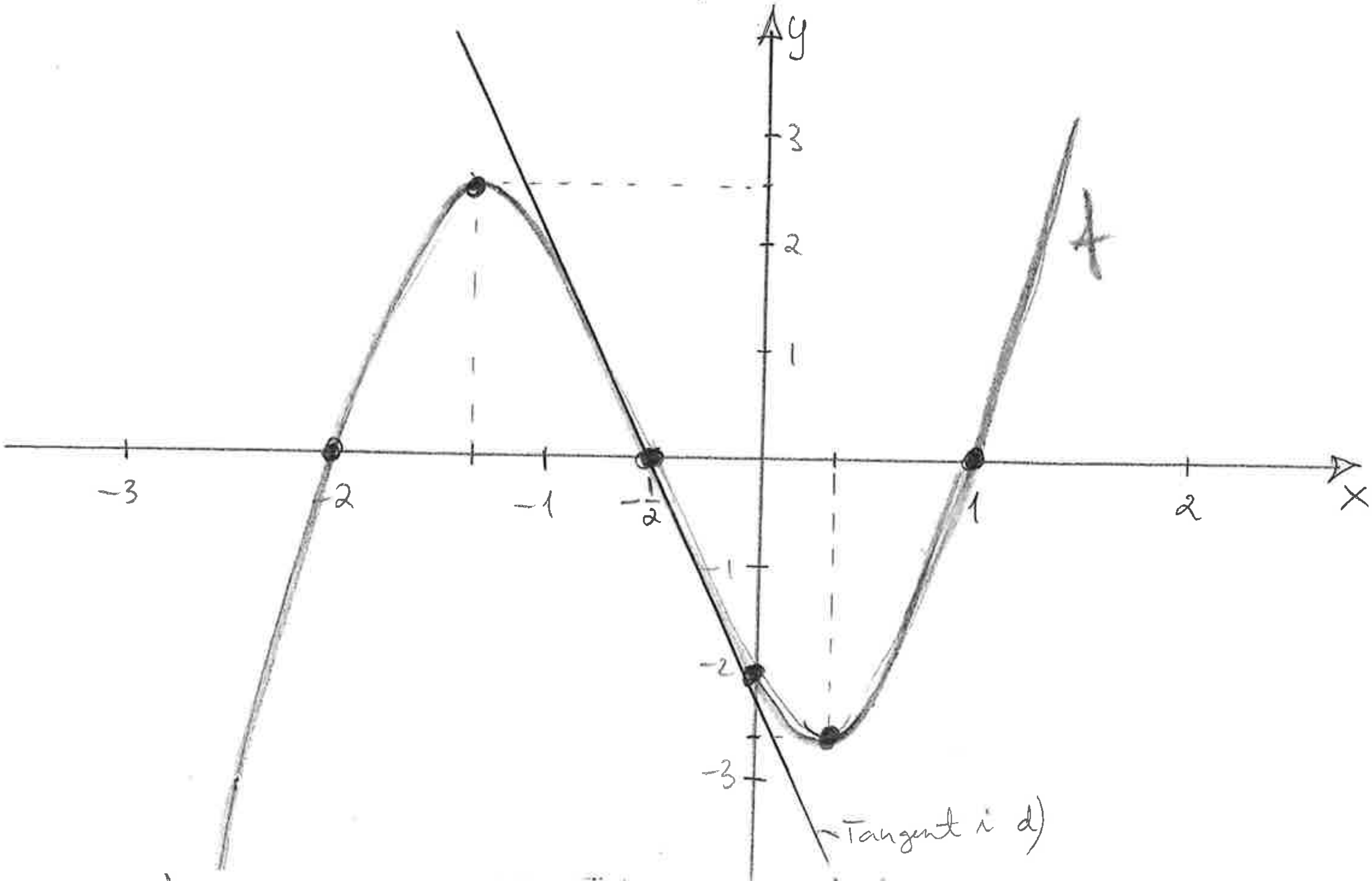
NB! Svar i skjemaet er ok, men husk å angi hvor f vokser/avtar.

c)

x	−3	−2	−1	0	1	2
y	−20	0	2	−2	0	20

$x = 1$ gir

$y = f(1) = 2 + 3 - 3 - 2 = 0$



d) Vendepunkt: $f''(x) = 0$

$f''(x) = 12x + 6 = 12\left(x + \frac{1}{2}\right) = 0$ når $x = -\frac{1}{2}$

Obs! Nullpkt. $y = 0$

Tangent i vendepunktet: $y = sx + m$

der $s = f'\left(-\frac{1}{2}\right) = 6\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + 6\left(-\frac{1}{2}\right) - 3 = \frac{6}{4} - 3 - 3$

$s = \frac{3}{2} - 6 = -\frac{9}{2} \rightarrow y = -\frac{9}{2}x + m$

Setter inn tangerings pkt. $\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$:

$0 = -\frac{9}{2} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + m \rightarrow m = -\frac{9}{4}$

og altså: $\underline{\underline{y = -\frac{9}{2}x - \frac{9}{4}}}$

Tegnet på skissa i c)