MAT1000 Matematikk for økonomer

# EKSAMEN 09.12.2021

# Løsningsforslag til oppgave 3

Universitetet i Sørøst-Norge
Handelshøyskolen

Roy M. Istad

## Oppgave 3

a) Anne har satt inn i banken et beløp på 25 000 kr til en rente på 1.5 % årlig.
Hva er verdien av beløpet etter 1 år, 3 år og etter 10 år?

Sluttverdi etter 1 år: $K_1 = 25000 \cdot 1.015 = \underline{\underline{25\,375}}$

Sluttverdi etter 3 år: $K_3 = 25000 \cdot 1.015^3 = \underline{\underline{26\,141.96}}$

Sluttverdi etter 10 år: $K_{10} = 25000 \cdot 1.015^{10} = \underline{\underline{29\,013.52}}$

Hvor mange år går det før verdien av beløpet er 30 000 kr?

Søker antall år $n$ slik at:

$$
\begin{aligned}
K_n &= 25000 \cdot 1.015^n = 30000 \\
1.015^n &= \frac{30000}{25000} = 1.20 \quad \Big|\, ln(\,) \\
n \cdot ln\, 1.015 &= ln\, 1.20 \\
n &= \frac{ln\, 1.20}{ln\, 1.015} \approx \underline{\underline{12.25 \text{ år}}}
\end{aligned}
$$

# Oppgave 3

a) Jonas kjøpte i 2015 en leilighet på fjellet til 1 800 000 kr. Etter 5 år solgte han leiligheten for 2 200 000 kr. Hva var gjennomsnittlig årlig prosentvis verdistigning på leiligheten i de 5 årene Jonas eide den?

Gjennomsnittlig årlig verdistigning på leiligheten: $r$

Sluttverdi etter 5 år: $1\,800\,000 \cdot (1+r)^5 = 2\,200\,000 \quad \Big| : 1\,800\,000$

$$(1+r)^5 = \frac{2\,200\,000}{1\,800\,000} = \frac{22}{18} = \frac{11}{9} \quad \Big| \sqrt[5]{\phantom{x}}$$

$$1 + r = \sqrt[5]{\frac{11}{9}} \quad \rightarrow \quad r = \sqrt[5]{\frac{11}{9}} - 1 \approx 0{,}041 = \underline{\underline{4.1\%}}$$

Alternativ på kalkulator: $\sqrt[5]{\frac{11}{9}} = \left(\frac{11}{9}\right)^{\frac{1}{5}}$

# Oppgave 3

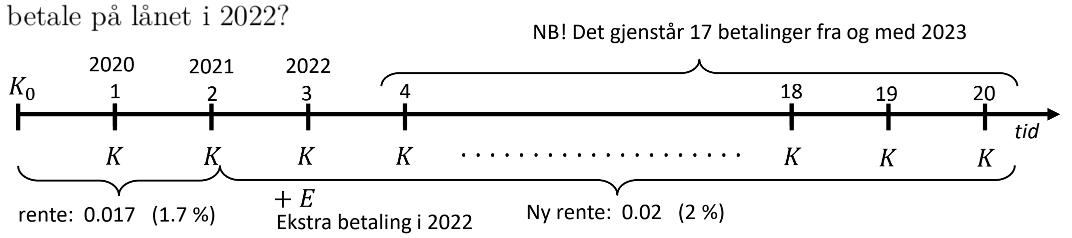
b) Bjarne tok i 2019 opp et lån på 2 500 000 kr til kjøp av hus. Renten på lånet er 1.7 % årlig, og lånet betales over 20 år med like store årlige beløp, første gang var ett år etter låneopptaket. Hva er det årlige beløpet Bjarne betaler på lånet?

Årlig betaling $K$ (via låneformelen): $K = K_0 \frac{r(1+r)^n}{(1+r)^n - 1}$

$$\left\{ \begin{array}{ll} \text{Lånet:} & K_0 = 2\,500\,000 \\ \text{Årlig rente:} & r = 0.017 \\ \text{Antall år:} & n = 20 \end{array} \right.$$

Dvs. $K = 2500000 \cdot \frac{0.017 \cdot 1.017^{20}}{1.017^{20} - 1} = \underline{\underline{148\,501.31}}$

Umiddelbart etter andre betaling på lånet i 2021 ble renta satt opp til 2.0 % årlig. Det fører til at de årlige beløpene må økes hvis avtalt betalingsperiode skal ligge fast. Bjarne ønsker imidlertid å foreta en ekstra betaling i 2022 slik at det årlige beløpet fra 2023 og utover blir det samme som han betalte i 2020 og 2021. Hvor mye må Bjarne betale på lånet i 2022?



# Oppgave 3

( $K_0 = 2\,500\,000$, $K = 148\,501.31$ )

b) Lånets verdi (saldo) i 2020: $K_0 \cdot 1.017 - K = 2\,393\,998.69 = K_1$

Lånets verdi (saldo) i 2021: $K_1 \cdot 1.017 - K = 2\,286\,195.36 = K_2$

Lånets verdi (saldo) umiddelbart før betaling i 2022: $K_2 \cdot 1.02 = 2\,331\,919.27$

Bjarnes ønsker altså å betale samme årlige beløp $K$ som opprinnelig avtalt.

Restbetalingenes verdi i 2022 (nåverdi av annuitet): $R = 148\,501.31 \cdot \frac{1.02^{17} - 1}{0.02 \cdot 1.02^{17}}$

( $r = 0.02$, $n = 17$ )

$R = 2\,122\,361.70$

Bjarnes samlede betaling i 2022:

$K + E = 2\,331\,919.27 - 2\,122\,361.70 = \underline{\underline{209\,557.57}}$

Dvs. at ekstrabeløpet i 2022 var:

$E = 209\,557.57 - 148\,501.31 = 61\,056.26$