

## **MAT1000 - MATEMATIKK FOR ØKONOMER**

Tid:	4 timer (09:00 - 13:00)
Sidetall:	2
Hjelpemiddel:	Alle (hjemmeeksamen) Mottak av hjelp, eller samarbeid er ikke tillatt.
Vekting:	Alle delspørsmål teller likt (10 % hver)

---

BOKMÅL

### **Oppgave 1**

Funksjonen  $f$  og den rette linja  $L$  er gitt ved at:

$$f(x) = x^3 + 3x^2 \quad \text{og} \quad L : y = x + 3$$

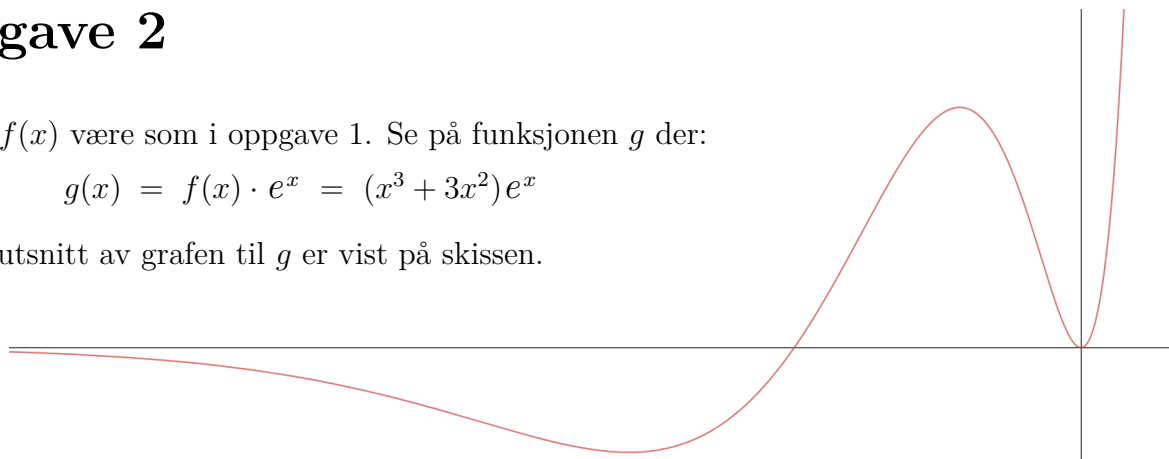
- a) Vis utregning av funksjonsverdiene for  $f$  både når  $x = -1$  og  $x = 2$ .  
Bestem nullpunktene for  $f$  og avgjør hvor funksjonen er positiv og hvor den er negativ.  
Vis at  $(1, 4)$  er et skjæringspunkt mellom grafen til  $f$  og den rette linja  $L$ . Multipliser ut:  $(x - 1)(x + 1)(x + 3)$ . Bruk dette til å finne de to andre skjæringspunktene.
- b) Bestem  $f'(x)$ , og avgjør hvor funksjonen  $f$  er voksende og hvor den er avtagende.  
Finn ekstrepunktene for  $f$  og avgjør om noen av dem er globale.
- c) Bestem  $f''(x)$ . Gjør rede for hvordan grafen til  $f$  krummer og finn vendepunktet.  
Skisser grafen til  $f$ . NB! Håndtegnet, ikke utskrift fra matematikkprogram.
- d) Bestem arealet av området mellom grafen til  $f$  og linja  $L$  når  $0 \leq x \leq 1$ .

## Oppgave 2

La  $f(x)$  være som i oppgave 1. Se på funksjonen  $g$  der:

$$g(x) = f(x) \cdot e^x = (x^3 + 3x^2)e^x$$

Et utsnitt av grafen til  $g$  er vist på skissen.



- Bestem nullpunktene til  $g$  og avgjør hvor funksjonen er positiv og hvor den er negativ. Bestem  $g'(x)$  og avgjør hvor  $g$  vokser, hvor  $g$  er avtar og finn ekstrempunkt for  $g$ .
- Gitt funksjonen  $G(x) = x^3 e^x$ . Vis at  $g(x)$  er den deriverte av  $G(x)$ . Bestem arealet av området avgrenset av grafen til  $g$  og  $x$ -aksen.

## Oppgave 3

- Marianne satte inn 40 000 kr i banken til 3% årlig rente. Hva er verdien av beløpet med renter og rentesrenter etter 2 år og etter 4 år?  
Ola bruker 40 000 kr til å kjøpe en bruktbil. Han regner med et årlig verditap på 15% på denne bilen. Hvor mye regner han med å kunne selge bilen for etter fire år?  
Kari satte 10 000 kr i banken. Ett år senere satte hun inn 20 000 kr. Ett år etter det igjen, hadde hun 40 000 kr på kontoen med renter og rentesrenter. Hva var årlig rente på denne kontoen?
- Et huslån er på 3 000 000 kr. Lånet skal betales ved 20 like store årlige beløp, første gang om ett år. Hva er det årlige beløpet, forutsatt 3% årlig rente i hele perioden?  
Den årlige renta settes opp til 4% umiddelbart etter den 18. betalingen. Hva blir det årlige beløpet som må betales de to siste gangene?

## Oppgave 4

Funksjonen  $h$  er gitt ved at:  $h(x, y) = 1 + 4x + 4y - x^2y$

- Finn de partielle deriverte av 1. og 2. orden for funksjonen  $h$ .  
Vis at  $h$  har to stasjonære punkt:  $(-2, -1)$  og  $(2, 1)$ . Klassifiser begge punktene.
- Finn maksimum for funksjonen  $h$  under bibetingelsen:  $y = x - 1$  når  $x \geq 0$ .

## **MAT1000 - MATEMATIKK FOR ØKONOMAR**

- Tid: 4 timar (09:00 - 13:00)
- Sidetal: 2
- Hjelpemiddel: Alle (heimeeksamen)  
Mottak av hjelp, eller samarbeid er ikkje tillatt.
- Vekting: Alle delspørsmål tel likt (10% kvar)

---

NYNORSK

### **Oppgåve 1**

Funksjonen  $f$  og den rette lina  $L$  er gitt ved at:

$$f(x) = x^3 + 3x^2 \quad \text{og} \quad L: y = x + 3$$

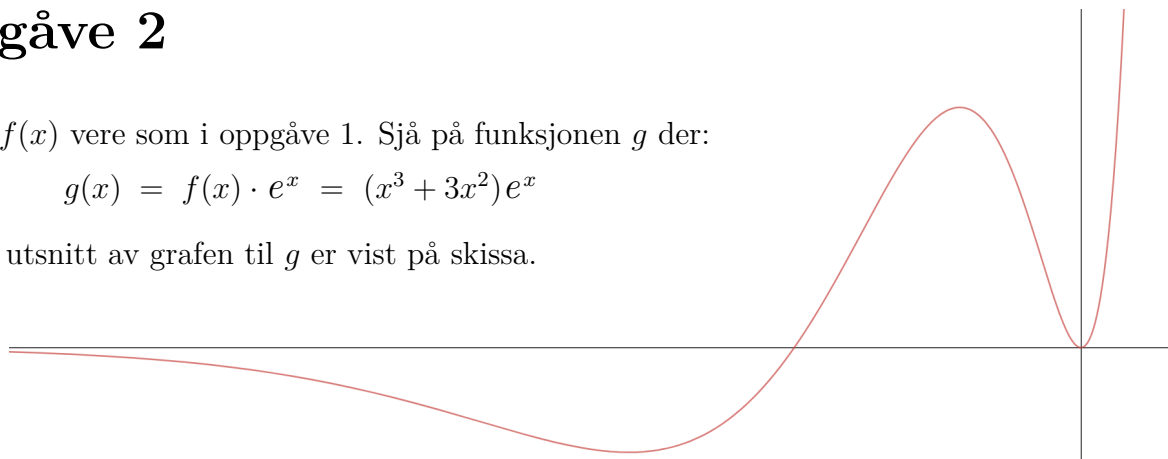
- a) Vis utrekning av funksjonsverdiane for  $f$  både når  $x = -1$  og  $x = 2$ .  
Bestem nullpunkta for  $f$  og avgjer kor funksjonen er positiv og kor han er negativ.  
Vis at  $(1, 4)$  er et skjeringspunkt mellom grafen til  $f$  og den rette lina  $L$ . Multipliser ut:  $(x - 1)(x + 1)(x + 3)$ . Bruk dette til å finne dei to andre skjeringspunkta.
- b) Bestem  $f'(x)$ , og avgjer kor funksjonen  $f$  er veksande og kor han er avtakande.  
Finn ekstrepunkta for  $f$  og avgjer om nokon av dei er globale.
- c) Bestem  $f''(x)$ . Gjer greie for korleis grafen til  $f$  krummar og finn vendepunktet.  
Skisser grafen til  $f$ . NB! Handteikna, ikkje utskrift frå matematikkprogram.
- d) Bestem arealet av området mellom grafen til  $f$  og lina  $L$  når  $0 \leq x \leq 1$ .

## Oppgave 2

La  $f(x)$  vere som i oppgave 1. Sjå på funksjonen  $g$  der:

$$g(x) = f(x) \cdot e^x = (x^3 + 3x^2)e^x$$

Eit utsnitt av grafen til  $g$  er vist på skissa.



- Bestem nullpunktta til  $g$  og avgjer kor funksjonen er positiv og kor han er negativ. Bestem  $g'(x)$  og avgjer kor  $g$  veks, kor  $g$  avtek og finn ekstrepunkt for  $g$ .
- Gitt funksjonen  $G(x) = x^3 e^x$ . Vis at  $g(x)$  er den deriverte av  $G(x)$ . Bestem arealet av området avgrenset av grafen til  $g$  og  $x$ -aksen.

## Oppgave 3

- Marianne sette inn 40 000 kr i banken til 3% årleg rente. Kva er verdien av beløpet med renter og rentesrenter etter 2 år og etter 4 år?  
Ola bruker 40 000 kr til å kjøpe ein bruktbil. Han reknar med eit årleg verditap på 15% på denne bilen. Kor mykje reknar han med å kunne selje bilen for etter fire år?  
Kari sette 10 000 kr i banken. Eitt år seinare sette ho inn 20 000 kr. Eitt år etter det igjen, hadde ho 40 000 kr på kontoen med renter og rentesrenter. Kva var årleg rente på denne kontoen?
- Eit huslån er på 3 000 000 kr. Lånet skal betalast ved 20 like store årlege beløp, første gong om eitt år. Kva er det årlege beløpet, føresett 3% årleg rente i heile perioden?  
Den årlege renta blir sett opp til 4% rett etter den 18. betalinga. Kva blir det årlege beløpet som må betalast dei to siste gongene?

## Oppgave 4

Funksjonen  $h$  er gitt ved at:  $h(x, y) = 1 + 4x + 4y - x^2y$

- Finn dei partielle deriverte av 1. og 2. orden for funksjonen  $h$ .  
Vis at  $h$  har to stasjonere punkt:  $(-2, -1)$  og  $(2, 1)$ . Klassifiser begge punkta.
- Finn maksimum for funksjonen  $h$  under bibetingelsen:  $y = x - 1$  når  $x \geq 0$ .