Universitetet i Sørøst-Norge
Handelshøyskolen

EKSAMEN
02.12. 2019

MAT1000 - MATEMATIKK FOR ØKONOMER

Tid:	4 timer (09:00 - 13:00)
Sidetall:	2
Hjelpemiddel:	Formelsamling og kalkulator
Vekting:	Alle delspørsmål teller likt (10 % hver)

Bokmål

Oppgave 1

En funksjonen f er gitt ved at: $f(x) = -x^3 - 3x^2 + 6x + 8$
Et utsnitt av grafen til f er skissert på side 1 av svararket som er vedlagt oppgaven.
NB! Svararket skal leveres inn som en del av din besvarelse.

a) Vis utregning av funksjonsverdiene for både $x = -5$ og $x = 3$.

Les fra grafskissen (uten utregning) funksjonsverdiene til x-verdiene: $-3,\ 0$ og 1.

Kontroller at funksjonen også kan skrives som: $f(x) = (x + 4)(x + 1)(2 - x)$

Bruk dette til å beregne nullpunktene for f, og merk dem av på svararket.

b) Bestem $f'(x)$, og løs likningen: $f'(x) = 0$.

Les av fra grafskissen (uten utregning) hvor funksjonen f er voksende og hvor den er avtagende.

Merk av lokale ekstrempunkt på grafskissen for f og avgjør om noen av dem er globale.

c) Bestem $f''(x)$. Gjør rede for (ved utregning) hvordan grafen til f krummer, og vis at det eneste vendepunktet er når $x = -1$.

Vis at tangenten i vendepunktet for f er gitt som $y = 9x + 9$. Merk av tangenten i grafskissen på svararket.

d) Beregn verdien: $$A = \int_0^1 (-x^3 - 3x^2 + 6x + 8)\,dx - \int_0^1 5\,dx$$

Merk av det området i grafskissen på svararket som A kan sies å gi størrelsen på.

Oppgave 2

a) Funksjonen f er gitt ved at: $f(x) = (3 - x)e^x$

Et utsnitt av grafen til f er skissert på side 2 av det vedlagte svararket.

Vis utregning av funksjonsverdiene for både $x = -1$, $x = ln2$ og $x = 2$.

Vis utregning av skjæringspunktene mellom grafen til f og de to koordinataksene.

Bestem likningen for den rette linjen L som går gjennom disse to skjæringspunktene, og merk av linjen L i grafskissen på svararket.

Les av løsningen til ulikheten $f(x) > 3 - x$ fra grafskissen på svararket, og kontroller løsningen ved utregning.

b) Funksjonen g er gitt ved at: $g(x) = \dfrac{2x}{x^2+1}$

Bestem $g'(x)$ og finn eventuelle ekstrempunkt for g.

Deriver funksjonen $G(x) = 2 + ln(x^2 + 1)$ og bruk dette til å beregne: $\int_0^1 g(x)\,dx$

Oppgave 3

a) Hvor mye ville Oda hatt i banken etter 5 år, dersom hun hadde satt inn 75 000 kr til 3.5% årlig rente i hele perioden?

Oda kjøpte aksjer for 75 000 kr i stedet. Første året etter kjøpet steg verdien av disse med 7%, både i det andre og tredje året steg de med 9%, mens i fjerde året steg de med kun 3%.

Hva var verdien av Odas aksjer etter 1 år og etter 4 år? Etter 5 år solgte Oda disse aksjene for 100 000 kr. Hva var gjennomsnittlig årlig prosentvis verdistigning på aksjene i de 5 årene Oda hadde dem?

b) Knut startet på et 5-årig økonomistudium høsten 2019. Onkel Andreas ønsker å bidra med studiefinansieringen og har gitt Knut følgende tre alternativ:

1) 95 000 kr utbetalt før studiestart (i august) 2019
2) 110 000 kr utbetalt etter studieslutt (i august) 2024
3) 20 000 kr utbetalt etter studieslutt (i august) i de fem årene 2020 - 2024.

Beregn nåverdi for hvert alternativ med en årlig rente på 3% i hele perioden, og bruk dette til å avgjøre hvilket alternativ som er best for Knut.

Oppgave 4

Funksjonen h er gitt ved at: $h(x, y) = -3x^2 + 4x + 2xy - y^2$

a) Finn de partielle deriverte av 1. og 2. orden for funksjonen h.

Vis at h har kun det ene stasjonære punktet $(1, 1)$, og klassifiser dette punktet.

b) Vis at funksjonen h kan skrives som: $h(x, y) = 2 - 2(x - 1)^2 - (y - x)^2$.

Grunngi at h har et globalt maksimum, og bestem dette maksimumspunktet.

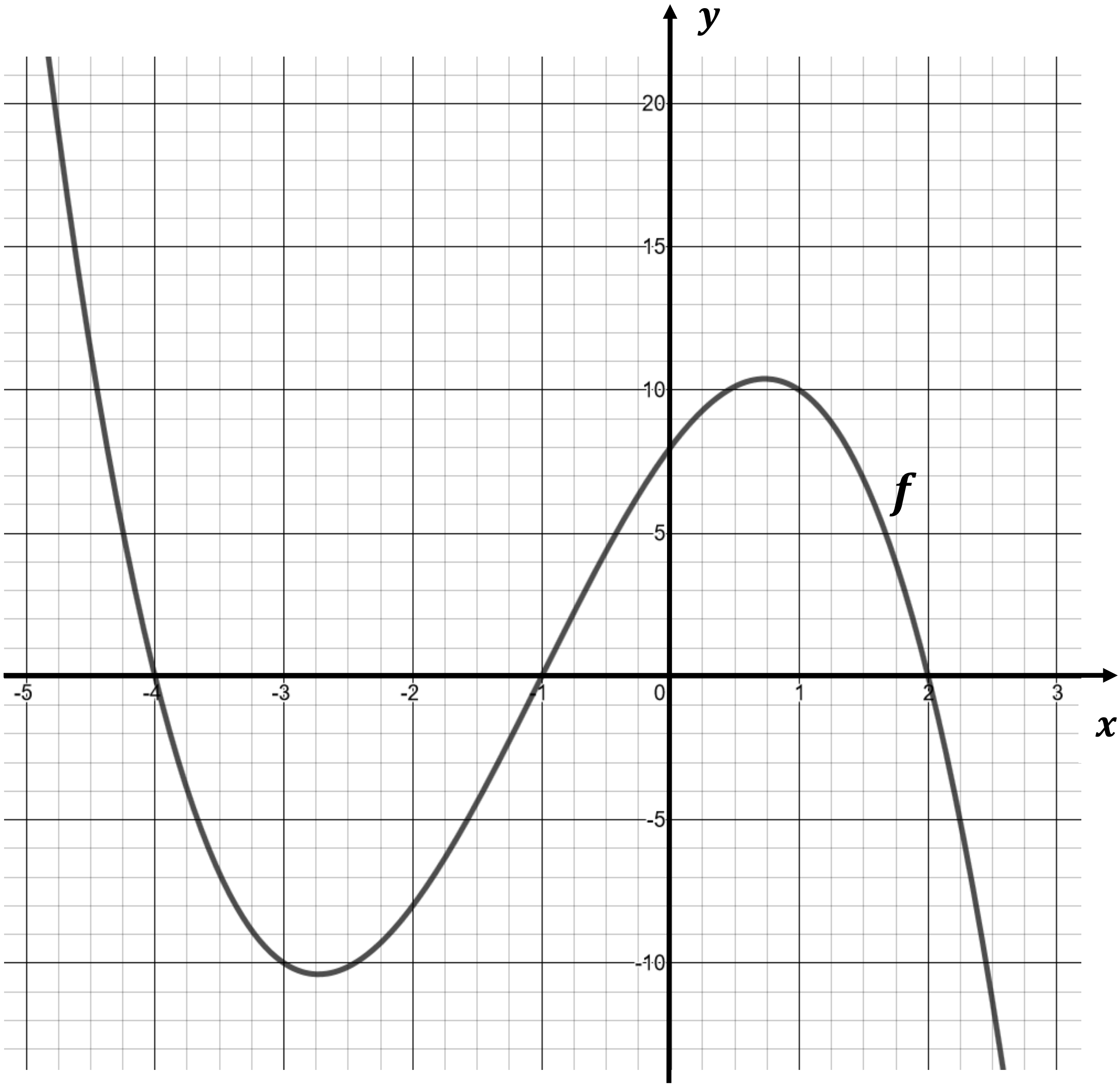
Finn maksimum for funksjonen h under bibetingelsen: $x - y = 1$.

Eksamen i MAT1000 Matematikk for økonomer
Dato: 02.12.2019

Kandidatnummer:

SVARARK – STUDENTEN SIN KOPI

Oppgave 1

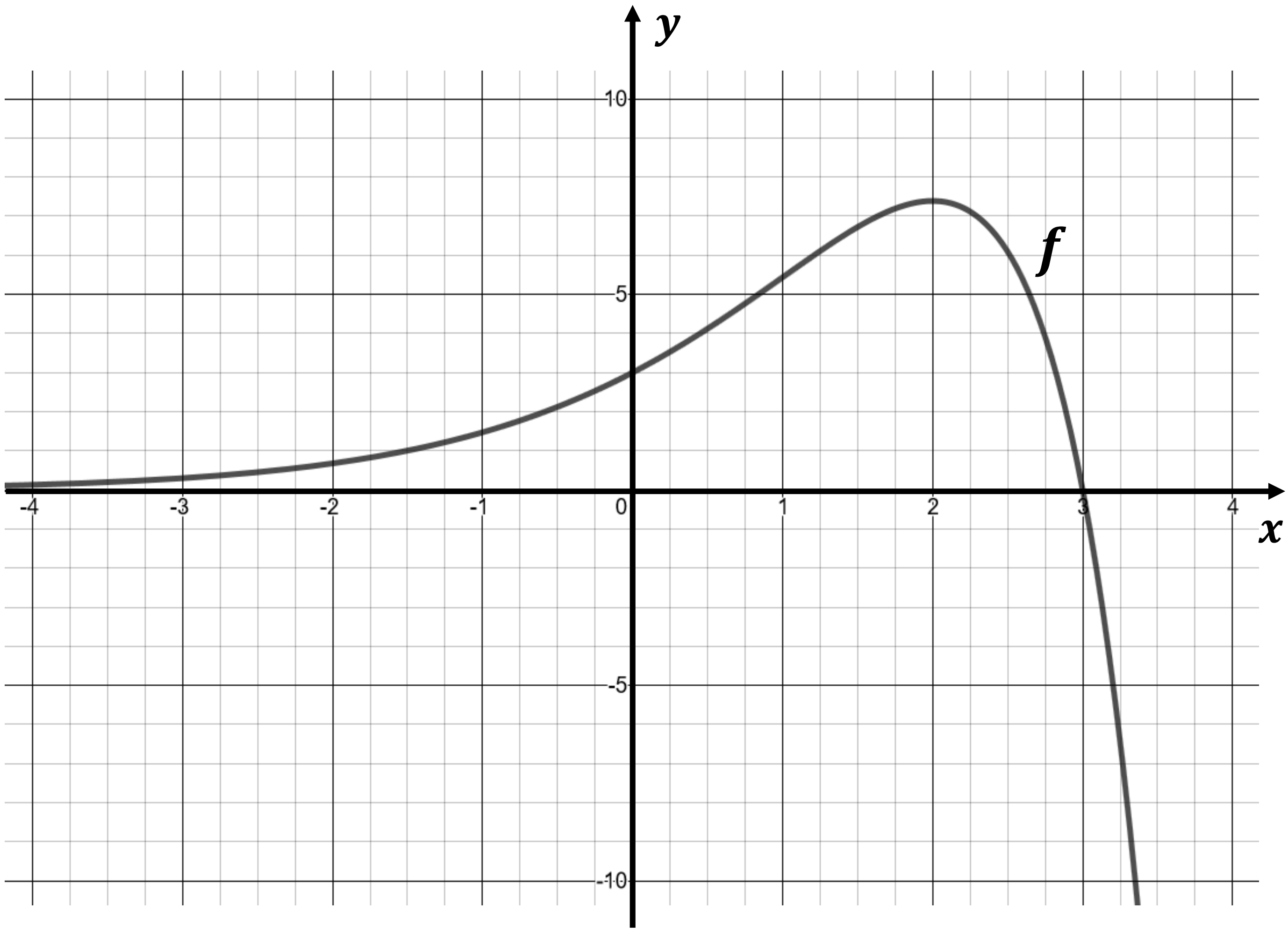


Merk av på skissen:

a) Nullpunktene for funksjonen, bruk: □
b) Lokale og eventuelle globale ekstrempunkt for funksjonen, bruk: ○
c) Tangentlinjen $y = 9x + 9$
d) Området som A kan sies å gi størrelsen på.

Kandidatnummer:

Oppgave 2 a)



Merk av på skissen:

i. Den rette linjen *L*
ii. Løsningen av ulikheten: $f(x) > 3 - x$