

MAT1000 Matematikk for økonomer

EKSAMEN 02.12.2019**Løsningsforslag til oppgave 3**

Roy M. Istad

Oppgave 3

- a) Hvor mye ville Oda hatt i banken etter 5 år, dersom hun hadde satt inn 75 000 kr til 3.5 % årlig rente i hele perioden?

$$\text{Sluttverdi etter 5 år: } K_5 = 75\,000 \cdot 1.035^5 = \underline{\underline{89\,076.47}}$$

Oda kjøpte aksjer for 75 000 kr i stedet. Første året etter kjøpet steg verdien av disse med 7 %, både i det andre og tredje året steg de med 9 %, mens i fjerde året steg de med kun 3 %. Hva var verdien av Odas aksjer etter 1 år og etter 4 år?

$$\text{Verdi etter 1 år: } K_1 = 75\,000 \cdot 1.07 = \underline{\underline{80\,250}}$$

$$\text{Verdi etter 4 år: } K_4 = K_1 \cdot 1.09^2 \cdot 1.03 = \underline{\underline{98\,205.38}}$$

Etter 5 år solgte Oda disse aksjene for 100 000 kr. Hva var gjennomsnittlig årlig prosentvis verdistigning på aksjene i de 5 årene Oda hadde dem?

Gjennomsnittlig årlig verdistigning: p

$$\text{Sluttverdi etter 5 år: } 75\,000 \cdot (1 + p)^5 = 100\,000 \quad | : 75\,000$$

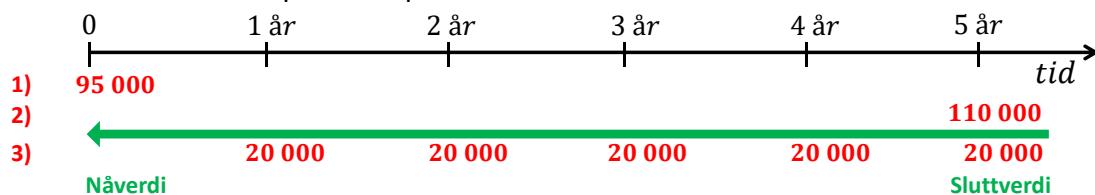
$$(1 + p)^5 = \frac{100}{75} = \frac{4}{3} \quad | \quad \sqrt[5]{} \quad \rightarrow \quad 1 + p = \sqrt[5]{\frac{4}{3}} \quad \rightarrow \quad p = \sqrt[5]{\frac{4}{3}} - 1 \approx 0.0592 = \underline{\underline{5.9 \%}}$$

Oppgave 3

- b) Knut startet på et 5-årig økonomistudium høsten 2019. Onkel Andreas ønsker å bidra med studiefinansieringen og har gitt Knut valget mellom følgende tre alternativer:
- 1) 95 000 kr utbetalt før studiestart i august 2019
 - 2) 110 000 kr utbetalt etter studieslutt i august 2024
 - 3) 20 000 kr utbetalt etter hvert studieår (i august) i de fem årene 2020 - 2024.

Beregn nåverdi for hvert alternativ med en årlig rente på 3 % i hele perioden og bruk dette til å avgjøre hvilket alternativ som er best for Knut.

Alternativene har beløpene slik på tidsaksen:



NB! Første beløp ligger riktig plassert, andre må flyttes 5 år fram med formelen for nåverdien av ett beløp, mens i tredje alternativ bruker vi formelen for nåverdi av en annuitet.

Oppgave 3

- b) Knut startet på et 5-årig økonomistudium høsten 2019. Onkel Andreas ønsker å bidra med studiefinansieringen og har gitt Knut valget mellom følgende tre alternativer:
- 1) 95 000 kr utbetalt før studiestart i august 2019
 - 2) 110 000 kr utbetalt etter studieslutt i august 2024
 - 3) 20 000 kr utbetalt etter hvert studieår (i august) i de fem årene 2020 - 2024.

Beregn nåverdi for hvert alternativ med en årlig rente på 3 % i hele perioden og bruk dette til å avgjøre hvilket alternativ som er best for Knut.

Nåverdi av de tre alternativene (dvs. verdi pr. august 2019):

$$1) \ N_1 = \underline{\underline{95\ 000}}$$

Knut bør altså velge alternativ nr. 1.

$$2) \ N_2 = \frac{110\ 000}{1.03^5} = \underline{\underline{94\ 886.97}}$$

Sammenligningen av verdier kan selvsagt gjøres på et vilkårlig tidspunkt, gjerne sluttverdi, men oppgaven ba oss om å beregne nåverdier!

$$3) \ N_3 = 20\ 000 \cdot \frac{1.03^5 - 1}{0.03 \cdot 1.03^5} = \underline{\underline{91\ 594.14}}$$