

## MAT1000 - MATEMATIKK FOR ØKONOMER

Tid:	4 timer (09:00 - 13:00)
Sidetall:	2
Hjelpemiddel:	Formelsamling og kalkulator
Vekting:	Alle delspørsmål teller likt (10 % hver)

---

BOKMÅL

### Oppgave 1

En funksjonen  $f$  er gitt ved at:  $f(x) = x^4 - 8x^2 + 16$

a) Regn ut funksjonsverdiene til følgende  $x$ -verdier:  $-3, -1, 0, 1, 3$ .

Vis at funksjonen også kan skrives som:  $f(x) = (x^2 - 4)^2$

Finn nullpunktene til  $f$ .

b) Bestem  $f'(x)$ .

Avgjør hvor funksjonen  $f$  er voksende og hvor den er avtagende.

Finn lokale ekstrempunkt for  $f$  og avgjør om noen av dem er globale.

c) Bestem  $f''(x)$ .

Gjør rede for hvordan grafen til  $f$  krummer og finn vendepunktene.

Skisser grafen til  $f$ .

d) Beregn verdien: 
$$A = \int_0^1 (x^4 - 8x^2 + 16) dx$$

Merk av det området på grafskissen som  $A$  kan sies å angi størrelsen på.

## Oppgave 2

- a) Funksjonen  $f$  er gitt ved at:  $f(x) = (3 - x^2)e^{-x}$   
Vis utregning av funksjonsverdiene til  $x$ -verdiene:  $-1$ ,  $0$  og  $3$ .  
Bestem  $f'(x)$  og bruk denne til å finne ekstrepunktene for funksjonen.
- b) Funksjonen  $g$  er gitt ved at:  $g(x) = x - 2\sqrt{x}$   
Bestem skjæringspunktene mellom grafen til  $g$  og de to koordinataksene.  
Avgjør om  $g$  har noen ekstrepunkt.

## Oppgave 3

- a) Kari solgte leiligheten sin 1. august 2018 for 1 200 000 kr, akkurat idet hun ble student. Hele dette beløpet ble satt rett inn på en ny konto i banken til 2.5 % årlig rente.  
Hva vil verdien av beløpet være etter 1 år og etter 3 år?  
Kari kjøpte denne leiligheten for 700 000 kr den 1. august 2013. Hva var gjennomsnittlig årlig prosentvis verdistigning for leiligheten mens Kari eide den?
- b) Kari vil bruke overskuddet fra leilighetssalget, dvs. 500 000 kr, til å finansiere 3 år med studier. Resten av pengene skal stå urørt på bankkontoen. Hun vil ta ut et fast beløp i utgangen av hver måned, første gang etter en måned (i utgangen av august 2018). Kari regner med 2.5 % årlig rente i hele studietiden, dvs. 0.206 % månedlig rente.  
Hvilket fast beløp kan hun da ta ut, dersom overskuddet skal holde til nøyaktig 3 år med uttak hver måned?  
Hvor mye vil Kari ha i banken etter 3 år med studier (uten nye innskudd), dersom hun ikke tar ut noe de 2 siste månedene etter fullført studium i juni 2021?

## Oppgave 4

Funksjonen  $h$  er gitt ved at:  $h(x, y) = xy^2 - xy - y + 1$

- a) Finn de partielle deriverte av 1. og 2. orden for funksjonen  $h$ .  
Vis at funksjonen  $h$  har to stasjonære punkt:  $(-1, 0)$  og  $(1, 1)$ .  
Klassifiser de stasjonære punktene.
- b) Vis at funksjonen  $h$  kan skrives som:  $h(x, y) = (xy - 1)(y - 1)$ .  
Skisser området  $D$  i  $xy$ -planet der:  $D = \{ (x, y) \mid 1 \leq x \leq 2, \frac{1}{x} \leq y \leq 1 \}$   
Finn minimum for funksjonen  $h$  over området  $D$ .